

図1の立方体はダイヤモンドの単位格子を示しており、炭素原子は立方体の各頂点8か所、各面心6か所、および内部4か所にある。単位格子の1辺の長さを a [cm]、炭素のモル質量を M [g/mol]、アボガドロ定数を N_A [/mol] としたとき、ダイヤモンドの密度 d [g/cm³] を表す式を求めなさい。

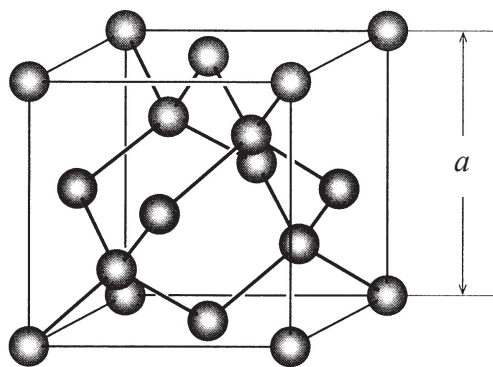
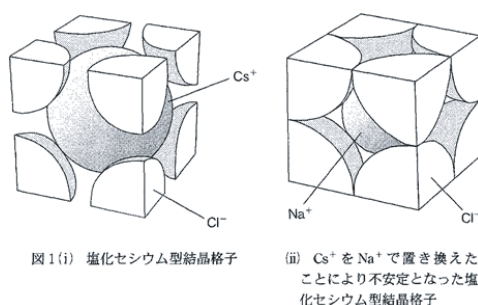


図1

解答

周期表の同族元素は化学的性質が似ているものが多い。例えば、1 族の元素である a) セシウムとナトリウム は同じ結晶構造を有する。しかしながら、イオン結晶の場合、1 族、17 族の元素どうしの組み合わせであっても、イオン半径の違いにより異なる結晶構造をもつものがある。例として、塩化セシウムと塩化ナトリウムがあげられ、その理由は以下の通り説明できる。陽イオンと陰イオンは静電気力によって引き合い、同種イオンどうしは反発し合うため、イオン結晶が安定に存在するためには同種イオンどうしが接触しないことが必要である。セシウムイオン Cs^+ に比べ、ナトリウムイオン Na^+ は、かなり小さいため、図 1 (i) に示す塩化セシウムの結晶格子において Cs^+ を Na^+ に置き換えた構造を考えると図 1 (ii) のように、同じ負の電荷をもつ塩化物イオン Cl^- どうしが接触することになる。したがって、結晶構造が不安定となるため、塩化ナトリウムは塩化セシウムとは異なる結晶構造をもつ。アボガドロ定数を $6.02 \times 10^{23} / \text{mol}$ とする。



問 1 下線部 a) に関して、以下の問いに答えよ。

セシウムの密度 $[\text{g}/\text{cm}^3]$ を有効数字 2 桁 (けた) で求め、その数値を書け。また、計算の過程も記せ。なお、単位格子の 1 辺は $6.14 \times 10^{-8} \text{cm}$ 、原子量 $\text{Cs} = 132.9$ とする。

問 2 塩化セシウム型結晶構造に関して、陽イオン、陰イオンの半径をそれぞれ R, r とし、

イオン半径比 $\frac{R}{r}$ を図 1 (i) の状態から減少させていった場合、あるイオン半径比で図 1 (ii) のように同じ負の電荷をもつ塩化物イオン Cl^- どうしが接触し、塩化セシウム型結晶構造が不安定となる。このときのイオン半径比 $\frac{R}{r}$ を有効数字 2 桁で求め、その数値を書け。

また、計算の過程も記せ。必要な場合は、 $\sqrt{3} = 1.73$ として計算せよ。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 東北大学 (2010 後期日程 理)

図1に示すように, ナトリウムの塩化物は, 配位数6の塩化ナトリウム型構造とよばれる結晶構造をとり, セシウムの塩化物は配位数8の塩化セシウム型構造をとる。塩化物イオンの半径を 0.167nm として, ナトリウムとセシウムのイオン半径 $[\text{nm}]$ を計算し, それぞれ有効数字2桁で答えよ。必要な場合は, $\sqrt{3}=1.73$ として計算せよ。

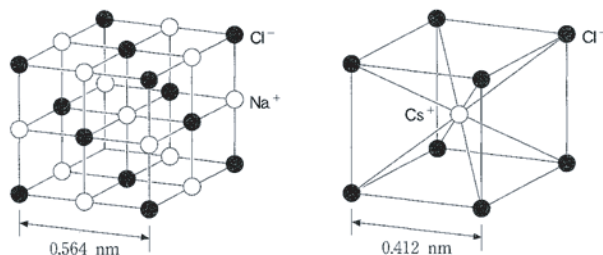


図1 塩化ナトリウムと塩化セシウムの単位格子

解答

(a) 固体の金属単体は原子が規則正しく整列して結晶となっている。結晶中の規則的な粒子の配列は結晶格子と呼ばれる。金属の結晶格子には体心立方格子, 面心立方格子, 六方最密構造があり, それぞれ単位格子内に含まれる原子の数は 2 個, 4 個, 2 個である。

アボガドロ定数 $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$, 原子量: $\text{Au} = 197$ とする。

下線部 (a) の結晶について考えてみる。たとえば, 金の結晶は単位格子の 1 辺の長さが $4.1 \times 10^{-8} \text{ cm}$ の面心立方格子である。次の問に有効数字 2 桁で答えよ。

(i) 結晶 1.0 cm^3 中に金原子は何個含まれるか。

(ii) 結晶の密度 $[\text{g} / \text{cm}^3]$ を求めよ。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 筑波大学 (2013 理工)①

計算に必要ならば, 次の数値を用いよ。

原子量: $\text{Na}=23.0$, アボガドロ定数: $N_A=6.0\times 10^{23}/\text{mol}$, $\pi=3.14$, $\sqrt{3}=1.73$

塩化ナトリウムの溶融塩電解で得られるナトリウムの単体は体心立方格子の結晶構造をとり, その密度は 0.97 g/cm^3 である。このときナトリウムの原子半径は, 単位格子の一辺の長さの何倍であるか。また, ナトリウム原子の体積を求めよ。それぞれ有効数字 2 桁で記せ。
なお, 原子は球形であり, 最も近い距離にある原子と原子は接触しているものとする。

解答

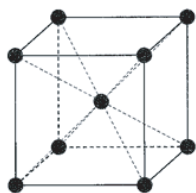
Theme 結晶格子に関する問題 上智大学 (2013 理工)

元素Naの単体は体心立方格子の結晶構造をとる。単位格子の一辺の長さを $4.29 \times 10^{-8} \text{ cm}$ とすると、元素Naの単体の密度は何 g/cm^3 か。有効数字2桁で答えよ。

ただし、アボガドロ定数： $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、元素Naの原子量は23とし、 $4.29^3 = 79.0$ とする。

解答

下図に、鉄の結晶構造を示す。

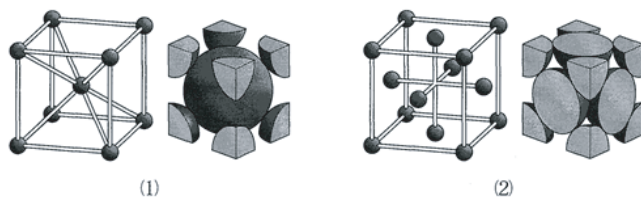


- (1) 鉄の結晶 1.0cm^3 に含まれている原子の数を求めよ。また、その計算の過程も示せ。
ただし、単位格子の一辺の長さは、 $3.0\times 10^{-8}\text{cm}$ とする。
- (2) 鉄原子1個の質量[g]を求めよ。また、その計算の過程も示せ。ただし、鉄の結晶の密度は、 8.0 g/cm^3 とする。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 鹿児島大学 (2013 理 医 歯 工 農 水産) ①

一種類の元素からなる金属の結晶格子(1)および(2)について、次の問1~6に答えなさい。



- 問1 上記図の結晶格子(1)および(2)の名称を答えなさい。
- 問2 上記図の結晶格子(1)および(2)の単位格子中に含まれる原子の個数はいくらか、答えなさい。
- 問3 結晶格子(1)および(2)において、配位数(1個の原子に最も近接する原子の個数)はいくらか答えなさい。
- 問4 次に示す金属のうち、結晶格子(1)および(2)をつくるものをすべて選び、元素記号で答えなさい。
ナトリウム、マグネシウム、アルミニウム、カリウム、銅、亜鉛
- 問5 鉄は常温では(1)の結晶格子をつくる。このとき、鉄の結晶 1cm^3 の中には何個の鉄原子が含まれているか。また、鉄原子1個の質量は何gになるか。いずれも計算過程を示して、有効数字2桁で答えなさい。ただし、このときの結晶格子(1)の単位格子の体積を $2.4 \times 10^{-23}\text{cm}^3$ 、鉄の密度を $7.9\text{g}/\text{cm}^3$ とする。
- 問6 鉄は温度上昇に伴って、 900°C 付近までは(1)の結晶格子をつくるが、 $900\sim 1400^\circ\text{C}$ の温度では結晶格子が(2)に変化する。鉄の結晶格子が(1)から(2)に変化したとき、鉄の密度は何倍になるか、有効数字2桁で答えなさい。ただし、鉄原子の直径を $2.5 \times 10^{-8}\text{cm}$ 、鉄の結晶格子(1)および(2)における単位格子の体積をそれぞれ $2.4 \times 10^{-23}\text{cm}^3$ 、 $4.3 \times 10^{-23}\text{cm}^3$ とする。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 同志社大学 (2012 理工)

原子量は, $I=127$ とし, $1\text{nm}=10^{-7}\text{cm}$, アボガドロ定数は $6.02\times 10^{23}/\text{mol}$ とする。

ヨウ素分子の結晶は図1に示すように, 各辺の長さがそれぞれ, a , b , および c である直方体の各頂点に分子がそれぞれ1個と, 各面の中心に1個配置した単位格子からできている。

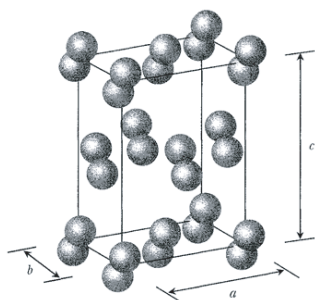


図1 ヨウ素分子の結晶

- (i) この単位格子あたりに含まれるヨウ素分子の個数を求めよ。
 (ii) ヨウ素の密度 $[\text{g}/\text{cm}^3]$ を有効数字2桁で求めよ。
 ここで, $a=0.70\text{nm}$, $b=0.50\text{nm}$, および $c=1.0\text{nm}$ とする。

解答

(i)

単位格子の各面の中心(1/2)に粒子が6個, 各頂点(1/8)に8個の分子が存在している。

したがって, 単位格子の中には

$$\frac{1}{2} \times 6 + \frac{1}{8} \times 8 = 4 \text{ 個} \quad \dots\dots (\text{答え})$$

原子1個を1としたときの体積比

$$\text{頂点にある粒子} = \frac{1}{8}$$

$$\text{各面の中心にある粒子} = \frac{1}{2}$$

$$\text{各辺の中心にある粒子} = \frac{1}{4}$$

$$\text{立方体の中心にある} = 1$$

(ii)

$$\text{密度} = \frac{\frac{\text{分子量}}{\text{アボガドロ定数}} \times \text{単位格子中に含まれる分子の個数}}{\text{単位格子の体積}} \quad \text{より}$$

$$\frac{254}{6.02 \times 10^{23}} \times 4 \quad \text{単位格子内には4個のI}_2 \text{ (分子量 } 127 \times 2 = 254 \text{) が入っている}$$

$$(0.70 \times 10^{-7}) \times (0.50 \times 10^{-7}) \times (1.0 \times 10^{-7})$$

$$= 4.82 (\text{g}/\text{cm}^3)$$

$$\div 4.8 (\text{g}/\text{cm}^3) \quad \dots\dots (\text{答え})$$

$$\text{密度} = \frac{\text{単位格子中の粒子の質量 (g)}}{\text{単位格子の体積 (cm}^3\text{)}}$$

$$\text{原子1個の質量 (g)}$$

$$= \frac{\frac{\text{原子量 (分子量)}}{\text{アボガドロ数}} \times \text{単位格子中に含まれる原子の粒子数 (個)}}{(\text{単位格子の一辺の長さ (cm)})^3}$$

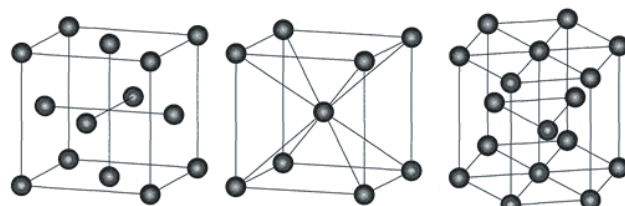
純鉄は室温において①体心立方格子からなる原子配列を示し, 910°C で面心立方格子へと変化する。体心立方格子および面心立方格子の単位格子内に含まれる原子の数は, それぞれ A と B である。また, 結晶中で1個の原子に隣接する原子数は A とよばれ, 体心立方格子および面心立方格子についての値は, それぞれ C と D となる。鉄原子を大きさが一定の球とすると, 体心立方格子における原子の充填率は E %となる。

- 問1 文章中の A に適切な語句を入れなさい。
- 問2 下線部①について, 鉄原子を半径 r の球と仮定し, 単位格子の一辺の長さを a を用いて表しなさい。なお, 計算結果は分数および $\sqrt{\quad}$ を用いて示しなさい。
- 問3 文章中の A から E に適切な数字(整数)を入れなさい。ただし, E を求める際には, 問2の結果を利用しなさい。
また, 必要であれば $\sqrt{3}=1.73$, $\pi=3.14$ を用いなさい。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 岩手大学 (2013 教育) ①一部略

…略…, 多くの金属結晶の構造は, 次の図のように面心立方格子, 体心立方格子, 六方最密充填(てん)のいずれかに分類される。問1～問3に答えよ。計算問題において, 平方根はそのままよい。



面心立方格子

体心立方格子

六方最密充填

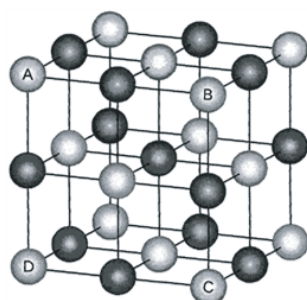
図

- 問1. 金属結晶の単位格子中の原子の数, および1個の原子に接している原子の数(配位数)を, 面心立方格子, 体心立方格子, 六方最密充填についてそれぞれ答えよ。
- 問2. 単位格子の1辺の長さを $a[\text{cm}]$, 原子の半径を $r[\text{cm}]$ とした場合, 面心立方格子および体心立方格子における原子の半径 r を a を用いて表せ。計算過程も示せ。
- 問3. 鉄の結晶は単位格子の一辺の長さが $2.9 \times 10^{-8} \text{ cm}$ の体心立方格子である。鉄の結晶密度を 7.9 g/cm^3 , アボガドロ定数を $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ として鉄の原子量を有効数字2桁で求めよ。計算過程も示せ。

解答

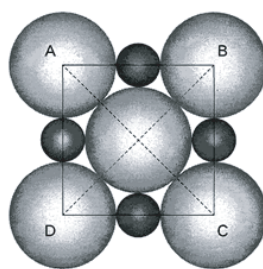
Theme 結晶格子に関する問題 岩手大学 (2013 教育) ③

イオン結晶の例として、塩化ナトリウム型結晶構造を図2に示す。問4に答えよ。



(黒丸＝陽イオン，白丸＝陰イオン)

図2



(黒丸＝陽イオン，白丸＝陰イオン)

図3

塩化ナトリウム型結晶の結晶格子の断面ABCDが，図3のようになる場合を考える。

陽イオン半径を a [cm]，陰イオン半径を b [cm]として，このときのイオン半径比 $\frac{a}{b}$ を求めよ。
計算過程も示せ。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 近畿大学 (2013 医)

セシウムと他の1種類の元素からなる化合物の結晶を調べたところ、密度が 4.00g/cm^3 であり、図2に示すように、一辺が 0.412nm の立方体を単位とする結晶構造をもつことがわかった。

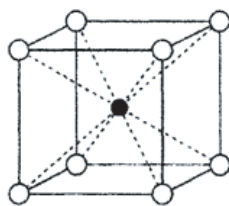


図2 セシウム化合物の結晶構造

この化合物の式量を計算せよ。

アボガドロ定数 $6.00 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ ， $1\text{nm} = 1 \times 10^{-7}\text{cm}$ とする。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 佐賀大学 (2013 理工)

金属のアルミニウムの結晶格子は面心立方格子である。単位格子の一辺の長さを $a \text{ nm}$, アルミニウムの原子量を M_{Al} , アボガドロ数を N_{A} として, 以下の問いに答えなさい。

- (a) アルミニウムの配位数を答えなさい。
- (b) アルミニウム原子 1 個の質量を g の単位で答えなさい。
- (c) アルミニウムの密度を g/cm^3 の単位で答えなさい。

解答

- (1) 図1は、イオン結晶の単位格子におけるイオンの配置を球で示したものである。単位格子Aは塩化ナトリウムの結晶格子を示している。塩化物イオンを含み、Bの結晶格子で示されるイオン結晶を形成する物質の組成式を1つ記せ。

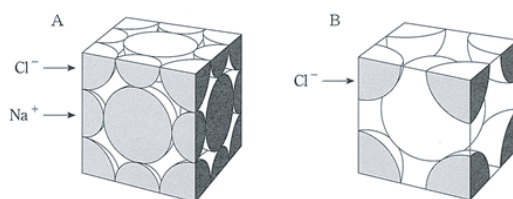


図1 イオン結晶の単位格子中におけるイオンの配置

- (2) 塩化ナトリウムの単位格子内に含まれる塩化物イオンおよびナトリウムイオンの個数をそれぞれ記せ。
- (3) 塩化ナトリウム結晶の密度を $d[\text{g}/\text{cm}^3]$, 塩化ナトリウムのモル質量を $M[\text{g}/\text{mol}]$, アボガドロ定数を $N_A[\text{mol}]$ として, 塩化ナトリウムの単位格子の体積を, d, M, N_A を用いて表せ。

解答

Theme 結晶格子に関する問題 静岡大学（2010 後期日程 農 理）

必要ならば, 次の数値を用いること。 原子量: $\text{C}=12.0$, アボガドロ定数: $6.0 \times 10^{23}/\text{mol}$

- (1) ダイヤモンドの単位格子は次図のようである。この単位格子内に炭素原子が何個含まれているか答えよ。
- (2) ダイヤモンドの単位格子の体積は $4.53 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ である。ダイヤモンドの密度を求めよ。なお, 計算過程を示し, 単位を付して有効数字 2 桁で答えよ。

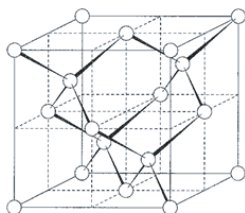


図 ダイヤモンドの単位格子

解答