

■問題1

$(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(4 \cdot 5)(9)$ 、
 $(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)$ のうち3つ

■問題2

棒の長さがすべて整数なので、正三角形の辺の長さの和は3の倍数、正方形の辺の長さの和は4の倍数になる。しかし、10本の棒の長さの和は55cmとなり、3の倍数にも4の倍数にもならないから。

■問題3

$(1 \cdot 9)(2 \cdot 8)(3 \cdot 7)(4 \cdot 6)$ 、 $(2 \cdot 8)(3 \cdot 7)(4 \cdot 6)(10)$ 、 $(1 \cdot 9)(3 \cdot 7)(4 \cdot 6)$
 (10) 、 $(1 \cdot 9)(2 \cdot 8)(4 \cdot 6)(10)$ 、 $(1 \cdot 9)(2 \cdot 8)(3 \cdot 7)(10)$ 、 $(1 \cdot 4 \cdot 5)(2 \cdot 8)$
 $(3 \cdot 7)(10)$ 、 $(1 \cdot 9)(2 \cdot 3 \cdot 5)(4 \cdot 6)(10)$

解説

■問題1

1辺の長さが9cmになるのは、 $(1 \cdot 8)$ 、 $(2 \cdot 7)$ 、 $(3 \cdot 6)$ 、 $(4 \cdot 5)$ 、 (9) の5通りとなります。
よって、これらから4つを選ぶ組み合わせなので、 $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(4 \cdot 5)(9)$ 、 $(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)(9)$ 、 $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)$ の5通りとなります。

このうち3つを書けば正解です。

「5つから4つを選ぶ」ということは、「5つから1つを選ぶ(=残りの4つが自動的に決まる)」ことと同じです。

つまり、「 $(1 \cdot 8)$ 、 $(2 \cdot 7)$ 、 $(3 \cdot 6)$ 、 $(4 \cdot 5)$ 、 (9) 」から「 (9) を1つ選ぶ= $(1 \cdot 8)(2 \cdot 7)(3 \cdot 6)(4 \cdot 5)$ の4つを選ぶ」というように考えると、簡単に5通り選べます。

■問題2

棒の長さがすべて整数で、正三角形と正方形の辺の長さはすべて等しいので、「**正三角形の辺の長さの和は3の倍数**」、「**正方形の辺の長さの和は4の倍数**」になります。

10本の棒の長さの和は、 $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 = 55(\text{cm})$ となり、3の倍数にも4の倍数にもならないので、正三角形と正方形を作ることができません。

解答例は、以上をまとめて次のようになります。

棒の長さがすべて整数なので、正三角形の辺の長さの和は3の倍数、正方形の辺の長さの和は4の倍数になる。しかし、10本の棒の長さの和は55cmとなり、3の倍数にも4の倍数にもならないから。

1 + 2 + 3 + … + 9 + 10の計算は次のように工夫すると、楽に計算できます。

■ 1 + 2 + … + 9 + 10 を逆順にし、2つをたてに並べます。

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + \dots + 9 + 10 \\ 10 + 9 + \dots + 2 + 1 \end{array} \leftarrow \text{逆順にした}$$

■ それぞれ、たてに足します。

$$\begin{array}{r} 10 + 9 + \dots + 2 + 1 \\ + 1 + 2 + \dots + 9 + 10 \\ \hline 11 + 11 + \dots + 11 + 11 \end{array}$$

すごい！
たてに足すとすべて
同じ数(11)になるんだ！



11 + 11 + … + 11 + 11 は、11が10個あるので
11 × 10 = 110と計算できます。

1 + 2 + … + 9 + 10 は110の半分なので

$$110 \div 2 = 55$$

110は、1 + 2 + … + 9 + 10
を2つ分足したものだ

となります。

ある数に、一定の数を次々に加えたり、
ある数から一定の数を次々にひいたりして
作られる数列を**等差数列**といいます。

等差数列の和は、

(最初の数 + 最後の数) × (数字の個数) ÷ 2

で求められます。

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

10個

$$= \frac{(1 + 10) \times 10}{2} = 55 \text{ となります。}$$

これを公式として覚えると

■問題3

1辺の長さが10cmとなるのは、(1・9)、(2・8)、(3・7)、(4・6)、(10)、(1・4・5)、
(2・3・5)の**7通り**となります。

よって、これらから4つを選ぶ組み合わせを考えればよいです。

(1・9)、(2・8)、(3・7)、(4・6)、(10)から4つを選ぶ組み合わせは、**(1・9)(2・8)**
(3・7)(4・6)、**(2・8)(3・7)(4・6)(10)**、**(1・9)(3・7)(4・6)(10)**、**(1・9)**
(2・8)(4・6)(10)、**(1・9)(2・8)(3・7)(10)**の**5通り**となります。

また、(1・4・5)を選ぶとき、残り3つは、(2・8)(3・7)(10)の**1通り**、

(2・3・5)を選ぶとき、残り3つは、(1・9)(4・6)(10)の**1通り**に決まります。

以上より、**(1・9)(2・8)(3・7)(4・6)**、**(2・8)(3・7)(4・6)(10)**、**(1・9)(3・7)**
(4・6)(10)、**(1・9)(2・8)(4・6)(10)**、**(1・9)(2・8)(3・7)(10)**、**(1・4・5)**
(2・8)(3・7)(10)、**(1・9)(2・3・5)(4・6)(10)**の**7通り**になります。